

トランジスタ技術 SPECIAL

オームの法則からトランジスタまで! 現場の設計ツールとしての数学

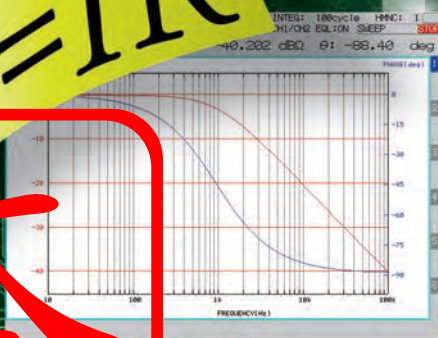
実験でつかむ

電子回路と数学

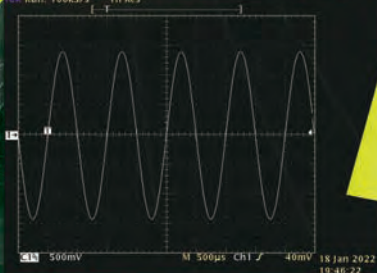
見本



$$V = IR$$



$$V(t) = V_M e^{j\omega t}$$



$$V(t) = V_M e^{j\omega t}$$

実務
教科書
「学ぶ」を応援!

「回路設計の道具」としての 数学を実験で!

瀬川 毅 Takeshi Segawa

本書のねらい

● 「回路設計の道具」としての数学

本書は、アナログ回路を解説する中で、ほんの少し理論的に解析しています。その解析の道具として、数学を使っています。

図1に示すように、電子回路の世界(エレクトロニクス、電子工学)と数学には密接な関係があります。むしろ、電子回路の世界は数学の成果をうまく取り込むことで発展してきた、と言うべきでしょう。例えば、三角関数や複素関数論の知見を取り込むことで、オームの法則を理論的に交流(AC)まで拡張し、電気回路理論まで昇華させています。

また、電子回路設計において抵抗値やキャパシタンスなどの定数を具体的に決めるには、その目的に合っ

た設計式を導く必要があります。ここでも、数学が活躍します。数式も避けては通れません。とはいえ本書の数学の範囲は、全て電気系の学部や専門学校で習う基礎的なレベルです。

数学が苦手でも、あるいは忘れていても、いっこうにかまいません。本書を見て、改めて思い出したり、必要な部分だけでも勉強し直そうという気持ちになればすばらしいことと思います。

そもそも本書は、数学にどっぷりと深入りしようというものではありません。電子回路を解析し理解する手段として、多くが理論化されていますが、そのときそのときの便利な道具として先人が数学を応用しているの、そのことを範としているだけです。

はんだこてやオシロスコープを使うのと同じように、数学を、回路の解析や動作理解のための道具として使っていただければと思います。

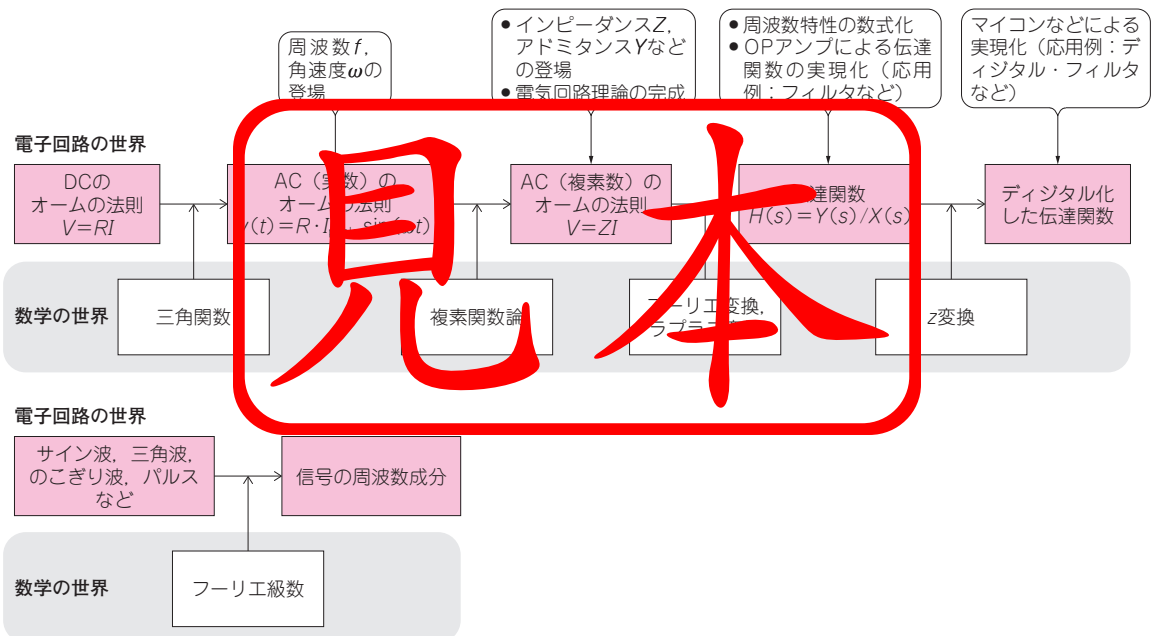


図1 電子回路の世界(エレクトロニクス)は数学の成果をうまく取り込むことで発展してきた

● 理論だけでなく実験で確認する

理論的に解析を進めた話を聞くと現実感がなくなり、実際の回路との距離を感じるのも事実です。要は「専門書を読むと数式ばかりで回路が登場しないので、うんざりする」というパターンも多いです。なぜそんなことがわかるのでしょうか。それは筆者がそうした経験をいやと言うほどしてきたからです。

そこで、できる限り実験をして、そのようすや結果を載せました。もちろん理論と現実には多少の距離はありますが、理論通り、数式通り動作するところを確認してください。

- 直流安定化電源
- 交流安定化電源
- ファンクション・ジェネレータ
- 電力計
- オシロスコープ
- FFTアナライザ
- 周波数分析器 など

図2 実験に使った測定器

筆者は、新しいICやデバイスなどの未知の部品の特性を確認したり、考案した回路の動作を検証したりするために、実験を行うことがかなりあります。できる限り簡単に実験するために、オリジナルのユニバーサル基板を自作しています。

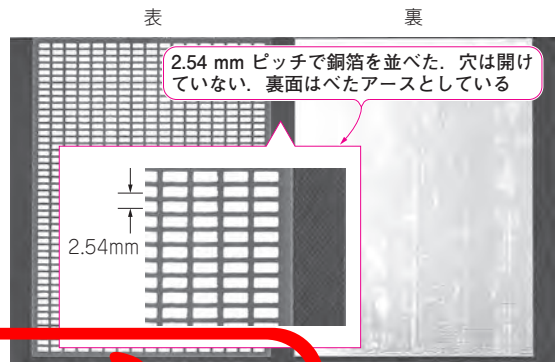
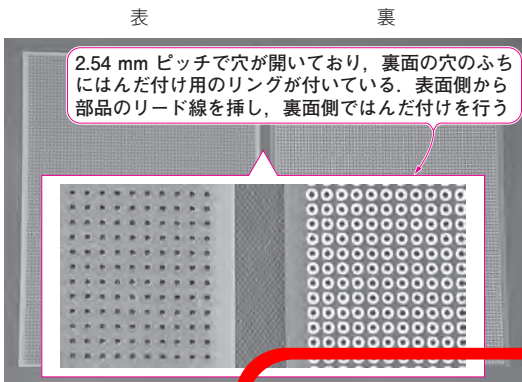
一般的なユニバーサル基板は2.54 mmピッチで穴が開いています [写真1(a)]。これを何の問題なく使っている人もいると思います。

一方で、グラウンドなどの配線を太くしたいときや、2.54 mmピッチ以外の部品を実装するときには面倒です。さらに、裏面で配線するとき、ICのピン番号が裏返しとなるので、間違えやすいなど筆者にとって

回路数学の実験環境

● 私のオススメ実験基板

本書では、理論展開および実験のために、図2に示すツールを使っています。また、個人的な実験ツールとしてオリジナルのユニバーサル基板を活用しています。後の章で何度か登場しますので、ここで概要を説明しておきます。



(a) 市販されているユニバーサル基板

(b) 自作したユニバーサル基板

写真1 私のオススメ実験基板

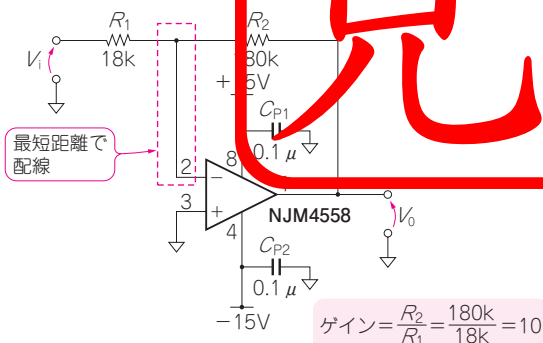


図3 製作例として示す実験回路 (NJM4558によるゲイン10倍の反転アンプ)

本回路を使った実験を第12章で行っている

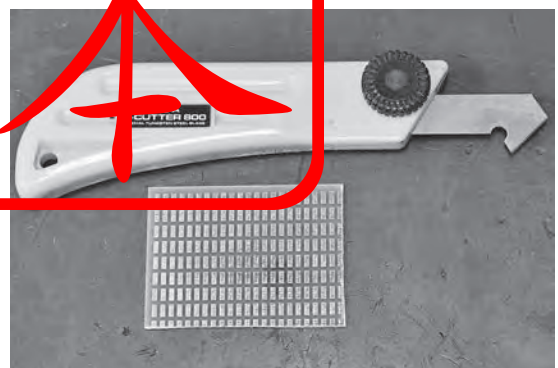


写真2 実験回路の製作手順①: ユニバーサル基板をちょうど良い大きさにカットする

アクリル・カッタ (写真上) を使って、元の基板の4分の1の大きさにした

「オームの法則」からはじめる… 電子回路入門

瀬川 毅 Takeshi Segawa

エレクトロニクスのはじめの一歩… オームの法則

● 言葉で表してみる

エレクトロニクスのはじめの一歩は、やっぱりオームの法則でしょう。オームの法則(図1)をマジメに言葉で説明すると、次のようになります。

- (1) 抵抗 R の両端電圧 V は、抵抗 R に流れる電流 I に比例する
- (2) 抵抗 R に流れる電流 I は、抵抗 R の両端電圧 V に比例する
- (3) 抵抗 R の値は、抵抗 R の両端電圧 V と流れる電流 I によって求められる
何だか長いですね。

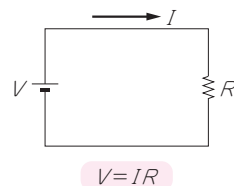


図1 電気回路が従う物理法則「オームの法則」

$$V=IR$$

● 数式で表してみる

数式で書くと、先ほどの(1), (2), (3)は、

$$V=IR \dots\dots\dots (1)$$

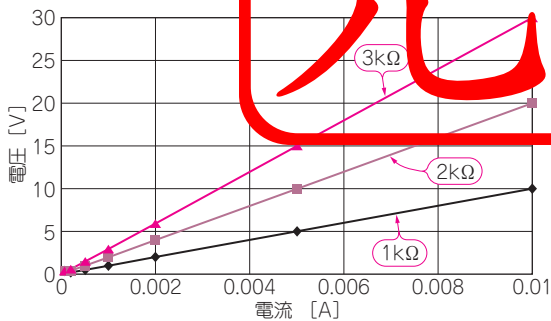
$$I=\frac{V}{R} \dots\dots\dots (2)$$

$$R=\frac{V}{I} \dots\dots\dots (3)$$

となり、簡明になります。

電流[A]	1kΩでの電圧[V]	2kΩでの電圧[V]	3kΩでの電圧[V]
0.0001	0.1	0.2	0.3
0.0002	0.2	0.4	0.6
0.0005	0.5	1.0	1.5
0.001	1	2	3
0.002	2	4	6
0.005	5	10	15
0.01	10	20	30

(a) 値

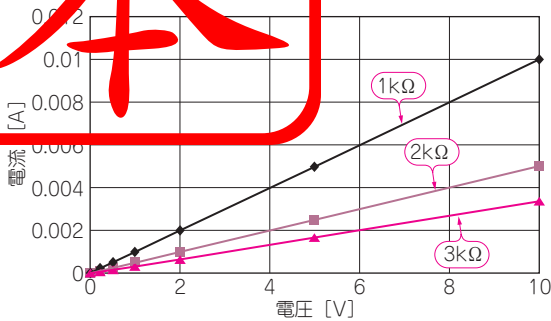


(b) グラフ

図2 オームの法則イメージ…電流に比例して電圧が増える

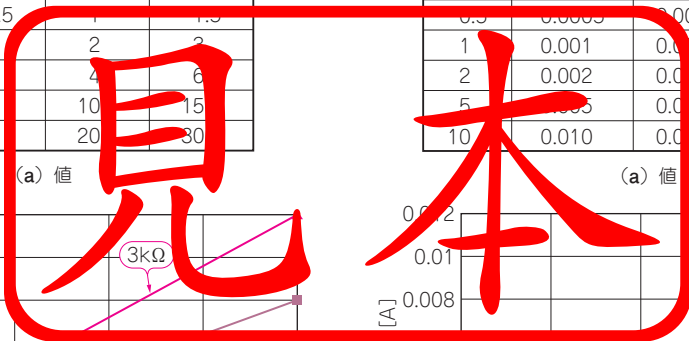
電圧[V]	1kΩでの電流[A]	2kΩでの電流[A]	3kΩでの電流[A]
0.1	0.0001	0.00005	0.0000333
0.2	0.0002	0.0001	0.0000667
0.5	0.0005	0.00025	0.000167
1	0.001	0.0005	0.000333
2	0.002	0.001	0.000667
5	0.005	0.0025	0.00167
10	0.010	0.0050	0.00333

(a) 値



(b) グラフ

図3 オームの法則イメージ…電圧に比例して電流が増える



式(1)、式(2)、式(3)は、見方を変えているだけともいえます。つまり状況や必要に応じてオームの法則を式(1)、式(2)、式(3)と臨機応変に使い分けるのが、エレクトロニクスの専門家らしくて格好良いと思います。

● 図で表してみる

言葉や数式だけではオームの法則のイメージが伝わりにくいと思いますので、図2と図3を用意しました。図2は、電流に対して電圧が比例して増加するなあ、図3は電圧の増加に対して電流が比例して増加するなあ、と雰囲気をつかんでもらえればと思います。

そもそも「抵抗R」とは

● 抵抗は電流の大きさを制限する部品

いきなり抵抗Rが登場しましたが、抵抗という用語自体は、電流の通りにくさを示しています。ここでさらに、意図的に電流の通りにくい任意の抵抗の値をもった部品を作りました。つまり、電流の大きさを任意に制限する部品です。それが「抵抗(器)」という名前です。それが「抵抗(器)」という名前です。市販されている抵抗を写真1に示します。

わざわざ電流が通りにくい部品を作って売るなんて!と思う読者もいるかもしれませんが、抵抗の主な用途を説明します。いろいろありますが、ザックリ以下のこんなところでしょうか。

- (1)元の電圧から欲しい電圧に分割する
- (2)過度に電流が流れないように制限する
- (3)電流を測定するために、抵抗を挿入して電圧に変換する
- (4)どうしても生じてしまう不要な電圧を吸収するために設ける

抵抗は、エレクトロニクスの中で基本的な部品で、オームの法則に従った動作をします。

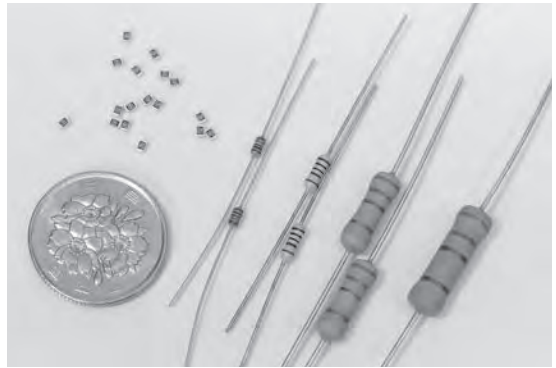


写真1 わざわざ電流を流れにくくする部品「抵抗」

オームの法則が成立しているかマジメに実験してみる

● DCではオームの法則が成立

オームの法則って本当に成り立っているの?と疑問読者もいるかもしれません。とても賢明な態度です。話だけではなく、実際に実験してみます。

実験回路を図4と写真2に示します。DC電圧を変えて電力計を使い、抵抗Rの両端電圧と、抵抗に流れる電流を測定します。電力計は消費電力と力率も同時に表示するのですが、消費電力と力率については後から説明します。今は、抵抗の両端の電圧と流れる電流に注目してください。

抵抗Rを1kΩ、2kΩ、3kΩと変えて、図2と同じ結果になるかどうかを実験しました。

注目の実験結果を示します。抵抗Rが1kΩ時は写真3、2kΩ時は写真4、3kΩ時は写真5です。抵抗Rに誤差があるため電流が図2とピッタリではないのですが、非常によく合っています。このようにオームの法則は正しいのです。

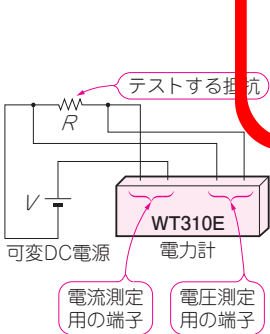
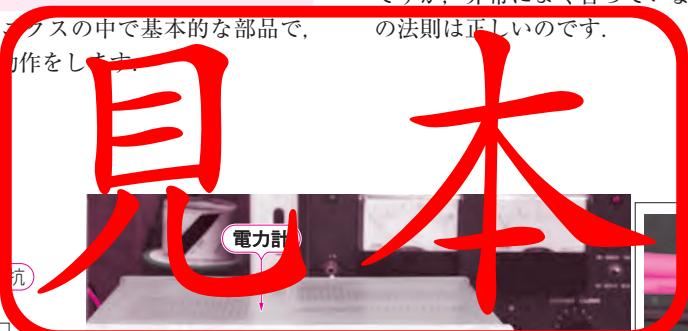


図4 オームの法則(DC)を確かめる実験の回路

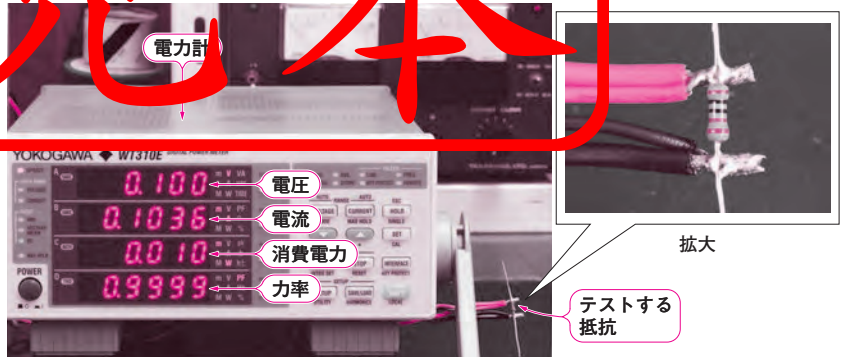


写真2 オームの法則が成立しているかマジメに実験してみる

実際の信号にオームの法則を… 「複素数」の御利益

瀬川 毅 Takeshi Segawa

複素数を使うことによりインピーダンス Z という概念が生まれ、ACにおけるオームの法則 $V=ZI$ が導き出されます。つまり、複素数を使うことで、DCだけだったオームの法則をACまで広く拡張することができたのです。本章では、そうした点に注目してください。

まず信号を「複素数で表現」してみる

● おさらい…数学的な「虚数」

最初に虚数について述べます。実は、虚数という言葉は好きではありません。「虚の数」って、それだけでも嘘くさく感じます。これは日本語では「虚」という字を当てはめているだけで、英語ではimaginary numberといいます。「想像上の数」とでもいえば適切でしょうか。

虚数 j の定義は、

$$j^2 = -1 \quad \text{または} \quad j = \sqrt{-1} \dots\dots\dots (1)$$

です。式(1)は、「2乗したら-1になる現実にはない数だけど想像してみよう」と考えるとよいでしょう。

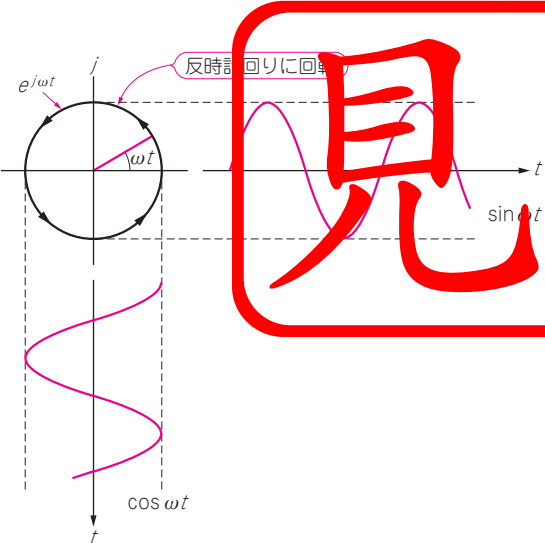


図1 $e^{j\omega t}$ のイメージ

式(1)で虚数をアルファベットの j で表現していますが、数学の世界ではimaginaryの頭文字 i を使います。電気の世界ではアルファベットの i は、電流を表す文字記号とされているので、虚数は i と似た文字の j を使います。この j をとくに虚数単位(imaginary unit)と呼びます。虚数が回路に何の役に立つのか、楽しみにお読みください。

さて虚数が定義できたので、複素数(complex)に話を広げましょう。複素数 Z はこんなふうに書きます。

$$Z = X + jY \dots\dots\dots (2)$$

式(2)は、複素数=実数部+虚数部を表しています。ここでインピーダンスと複素数に同じ Z の文字を使っていますが、これは、後述するように、インピーダンスが複素数で表されるからです。

● まずはサイン波を複素数で考える

回路と複素数の関係で話しておくべきなのは、サイン波の複素数版というべき複素サイン波です。実数のサイン波の電圧は、

$$v(t) = V_M \sin(\omega t) \dots\dots\dots (3)$$

でした。複素サイン波の電圧は、

$$V = V_M e^{j\omega t} \dots\dots\dots (4)$$

と書きます。ここで実数のサイン波と複素サイン波を区別するために、複素サイン波の電圧を V と大文字で書いています。また、 V_M は電圧の最大値を示します(第1章の v_{peak} と同じ意味)。

複素サイン波について、筆者は図1のようなイメージをもっています。複素サイン波は時間 t とともに反時計回りに回転する信号で、虚数軸だけに注目すると正弦波で、実数軸に注目するとcos波となる信号です。

● 複素サイン波の $e^{j\omega t}$ の微分、積分

複素サイン波の微分や積分はどうなるのか、計算してみます。 $e^{j\omega t}$ の微分は、

$$\frac{d}{dt} e^{j\omega t} = j\omega e^{j\omega t} \dots\dots\dots (5)$$

となり、 $e^{j\omega t}$ の積分は、

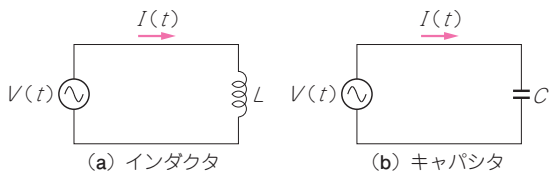


図2 複素サイン波をインダクタ、キャパシタに加える

$$\int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t} \dots\dots\dots (6)$$

です。

部品の特性も複素数で表現できることになる

● インダクタのインピーダンス

さて、ここからが面白いところです。複素サイン波の電圧 V 、電流 I を、

$$V(t) = V_M e^{j\omega t} \dots\dots\dots (7)$$

$$I(t) = I_M e^{j\omega t} \dots\dots\dots (8)$$

とします。図2(a)のように、インダクタに加わる電圧 $v(t)$ と流れる電流の関係を求めてみましょう。インダクタ L の電圧 $v(t)$ と電流 $i(t)$ の関係は、実数で表現すると、

$$v(t) = L \frac{d}{dt} i(t) \dots\dots\dots (9)$$

なので、電圧、電流を複素サイン波の式(7)、式(8)に置き換えます。

$$V_M e^{j\omega t} = L \frac{d}{dt} I_M e^{j\omega t}$$

複素サイン波の微分を表す式(5)から、

$$V_M e^{j\omega t} = L \frac{d}{dt} I_M e^{j\omega t} = j\omega L I_M e^{j\omega t}$$

となり、両辺の $e^{j\omega t}$ をとると、

$$V_M = j\omega L I_M$$

が得られました。添え字 M をとると

$$V = j\omega L I \dots\dots\dots (10)$$

となり、回路の教科書に書かれている式になりました。式(10)で、

$$Z = j\omega L \dots\dots\dots (11)$$

とおき、その絶対値をとると

$$|Z| = \omega L = 2\pi fL \dots\dots\dots (12)$$

となり、単位は Ω です。 Z をインピーダンス (impedance) 注1 と呼びます。インダクタ L のインピーダンスとしては式(12)を前提にするのが一般的です。

注1：厳密にいうとインピーダンスではなく、後述するリアクタンス (reactance) です。しかし一般的には、リアクタンスの絶対値をとった値も一般的にインピーダンスと呼ばれています。

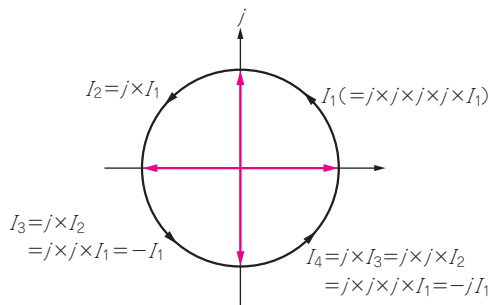


図3 電流、電圧に虚数単位 j を掛けると反時計方向に 90° 回転する

● キャパシタのインピーダンス

同様に、キャパシタについても図2(b)のように、加わる電圧 $v(t)$ と流れる電流の関係を求めてみます。キャパシタ C の電圧 $v(t)$ と電流 $i(t)$ の関係は、

$$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \dots\dots\dots (13)$$

なので、電圧、電流を複素サイン波の式(7)、式(8)に置き換えます。複素サイン波の積分を表す式(6)から、

$$V_M e^{j\omega t} = \frac{1}{C} \int I_M e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega C} I_M e^{j\omega t}$$

となり、両辺の $e^{j\omega t}$ をとると、

$$V_M = \frac{1}{j\omega C} I_M$$

が得られました。添え字 M をとると、

$$V = \frac{1}{j\omega C} I \dots\dots\dots (14)$$

となり、これも回路の教科書に書かれている式になりました。式(14)で、

$$Z = \frac{1}{j\omega C} \dots\dots\dots (15)$$

とおき、その絶対値をとると

$$|Z| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \dots\dots\dots (16)$$

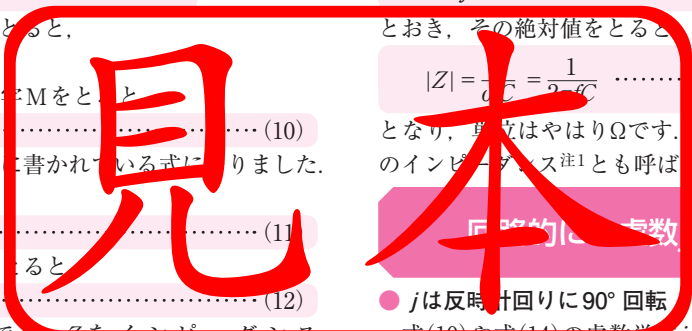
となり、単位はやはり Ω です。式(16)はキャパシタ C のインピーダンス注1とも呼ばれます。

同様に虚数 j は「位相」

● j は反時計回りに 90° 回転

式(10)や式(14)の虚数単位 j は、どのような意味があるのでしょうか。

図3で、あるAC電流 I_1 を想定します。その I_1 に虚数単位 j を掛けると、ちょうど位相が 90° 反時計回りに回転した I_2 になります。 I_1 に虚数単位 j を2度掛けると、 $j^2 = -1$ なので、反時計回りに位相が 180° 回転した I_3 になります。さらに、 I_1 に虚数単位 j を3度掛けると、 $j^3 = -j$ なので、反時計回りに位相が 270° 回



回路動作を表す道具としての「微分・積分」

瀬川 毅 Takeshi Segawa

その昔、微分積分は難しいことの代名詞のように使われていました。確かに数学的に理論を発展させると難解になってきます。ここでは、そうした数学の難しさ、厳密さには踏み込まず、「回路の動作を記述する道具」として微分積分を考えてみます。

微分＝時間的な変化率

● 時間的な変化率の例

微分とは何かと聞かれると、筆者は時間的な変化率^{注1}と答えます。時間的な変化率では曖昧ですね、具体例を挙げましょう。

(1) 身長伸び率

若い世代、特に10代の頃までは身長が毎年のように伸びます。伸びた身長の長さを毎年求めてみましょう。身長が1年間に3cm伸びたとすれば3cm/年です。この伸び率は、10代の頃は大きいですが、20代も前半を過ぎるとやがてゼロとなるでしょう。筆者などは身長は縮みだしているかもしれません。

このような身長の伸び率を見ると身体の成長の度合いがよくわかります。ここでは、1年という時間で身長の変化を見ている点に注目してください。

(2) 消費者物価指数

同様に1年単位で変化の統計をとり、指数として総務省から公式に発表している消費者物価指数^{注1}に挙げます。天候の影響を受け野菜などの生鮮食品とほかの商品を分けて、毎月統計をとっています。そして1年前と比べた数値を発表してニュースにもなります。この消費者物価指数がプラスのときは物価が上昇、マイナスのときは物価が下がる方向です。

(3) 加速度

もう少し時間の間隔が短い例も挙げましょう。バス、電車、飛行機、車、バイク、自転車、あるいは走ると

きや歩くときでもいいのですが、人が移動するときのことを考えてみます。

通勤や通学でバスに乗ったとしましょう。バスが発車するとその速度が増し、その増加の速度が大きいと、立って乗車していると自然に後ろのほうに倒されそうになります。この速度の1秒当たりの増加の割合を考えてみます。1秒間に速度が5km増加すると速度の変化率は5km/sです。物理学では、1秒当たりの速度の変化率とは呼ばずに、加速度と呼んでいます。

● 時間的な変化率は、変化量÷時間

話をもう少し数学の側に近づけてみます。時間的な変化率を数式で書くと、

$$\text{変化率} = \frac{\text{時間間隔の間の変化量}}{\text{時間間隔}} \dots\dots\dots (1)$$

となります。時間間隔 Δt は、1秒でも1年でもかまいません。変化が早い対象ほど短い時間間隔が選ばれます。電気の世界では、1s(秒)や1 μ s(100万分の1秒)という時間の間隔をとるのが一般的です。

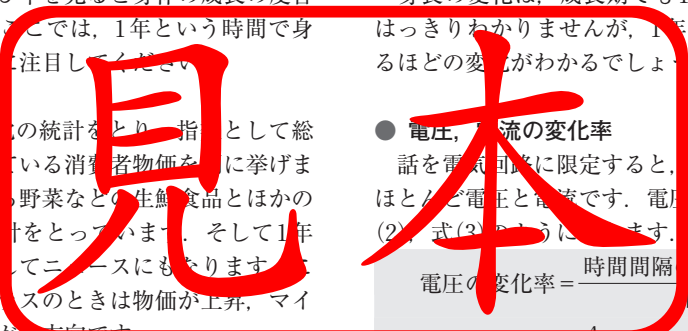
身長の変化は、成長期でも1秒や1時間では変化ははっきりわかりませんが、1年も経てば物差しで測れるほどの変化がわかるでしょう。

● 電圧、電流の変化率

話を電気回路に限定すると、変化率を気にするのは、ほとんど電圧と電流です。電圧や電流の変化率を、式(2)、式(3)のように書きます。

$$\text{電圧の変化率} = \frac{\text{時間間隔の間の電圧の変化量}}{\text{時間間隔}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{電流の変化率} = \frac{\text{時間間隔の間の電流の変化量}}{\text{時間間隔}} = \frac{\Delta i}{\Delta t} \dots\dots\dots (3)$$



注1：数学的には時間的な変化率と限定しているわけではなく、もっと抽象的な概念となっています。本書は、電気回路の範囲で抵抗やキャパシタについて説明しているので、微分を時間的な変化率と限定しています。

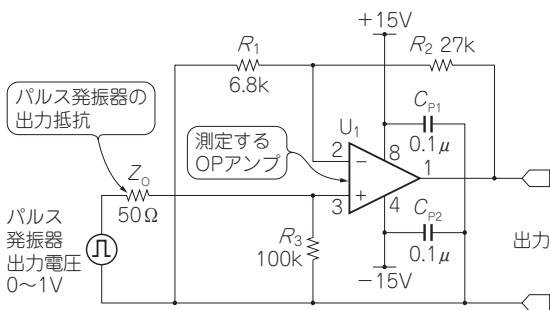


図1 OPアンプのスルー・レートを測定するための回路
ゲインを10倍に設定した非反転アンプ

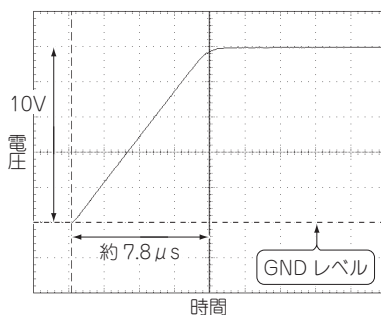


図2 電圧に関するスルー・レートの例
図1の回路で測定したNJM4558(日清紡マイクロデバイス)のスルー・レート
縦軸：2 V/div, 横軸：2 μs/div

● 電圧、電流の変化率の事例 スルー・レート

少し脱線します。電圧、電流の変化率を示すのによく使われる指標がスルー・レート(slew rate, SR)です。指標の単位は、電圧に関するスルー・レートがV/μs、電流に関するスルー・レートはA/μsです。これは、時間間隔Δt=1μsの間にOPアンプや装置の電圧、電流がどれだけ変化できるのか、という意味です。

この数値が大きいと、そのOPアンプや装置がより変化率の大きい信号に対応できることを示しています。つまり高速、高性能ということです。その性能を、時間間隔Δt=1μsの間に変化した大きさで評価しているのです。

OPアンプのスルー・レートで具体例を示しましょう。実験した回路は図1です。

図2では、図1の実験回路(増幅度を10倍に設計したOPアンプ回路)へ振幅1Vのパルスを入力しました。OPアンプの出力は約7.8μsで10Vに達しています。スルー・レートは1μsの間の電圧の変化量なので、その値S_{OM}を計算すると式(4)になります。

$$S_{OM} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 \text{ V}}{7.8 \mu\text{s}} \approx 1.28 \text{ V}/\mu\text{s} \dots\dots\dots (4)$$

もう1つ例を挙げます。写真1のように、電子負荷^{注2}でスルー・レートを意図的に100 mA/μsに設定し、DC電源を接続して動作させました。このときの測定値を図3に示します。電流は100μs後には10Aに達しているため、スルー・レートS_{OM}を計算すると、

$$S_{OM} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{10 \text{ A}}{100 \mu\text{s}} = 0.1 \text{ A}/\mu\text{s} \dots\dots\dots (5)$$

です。このように、1μsの時間間隔Δtの間に電圧や電流の変化率がどの程度か示す指標がスルー・レートです。将来、さらに技術が進歩すると、時間間隔Δt=1ns(1億分の1秒)で考える必要が出てくるでしょう。

注2：直流電源の試験の際、昔は負荷抵抗として大電力に使える大きな抵抗を使っていた。現在は、そうした抵抗の代わりにトランジスタなどで抵抗の代用とする電子負荷が一般的です。

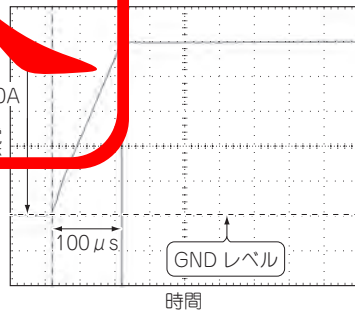
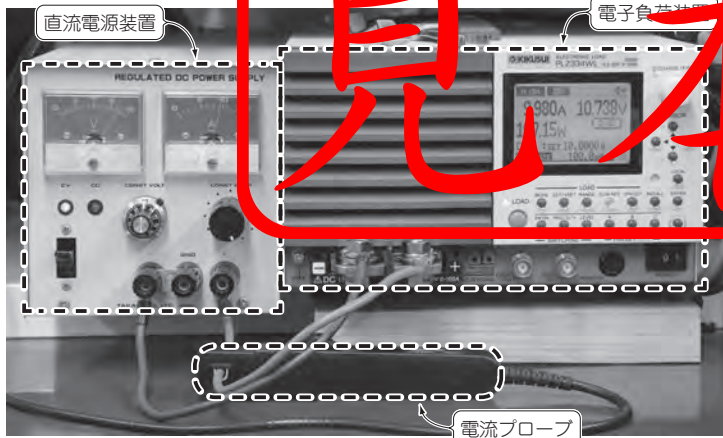


図3 電流に関するスルー・レートの例
電子負荷(PLZ334WL, 菊水電子工業)の電流出力スルー・レート
縦軸：2 A/div, 横軸：50 μs/div

写真1 電子負荷装置にDC電源を接続して動作させ、電流値を測定する

電子回路のための 「三角関数」

瀬川 毅 Takeshi Segawa

ACを扱うには三角関数の知識が必須

● 回路の信号はDCとAC

回路で扱う信号は、大ざっぱに分けるとDC(direct current; 直流)とAC(alternating current; 交流)に分類できます。

DCは、時間が変化しても信号の大きさ(電圧)は変化しないのが特徴です(図1)。DCの代表例は、テレビなどのリモコンや懐中電灯(写真1)、スマートフォン、タブレットPCなどの内部に使われている電池です。さらには、それらを充電する充電器の出力などもDCです。

DCを数式で表すと、電圧が1VならばDC電圧は

$V_{DC}=1V$(1)
となります。

これに対してACは、時間の変化に応じて信号の大きさが変化します(図2)。波の形は、サイン波、パルス波、三角波、のこぎり波など、いくつも種類があります。

身近にあるACの波形と言えば、電力会社からACコンセント(写真2)を通じて供給されている商用電源の電圧波形でしょう。この波形はサイン波です。実際に測った電圧を図3に示します。サイン波にしては少しひずんでいますが、これは、発電所から家庭/会社までの配線や、電気の使用方の影響によるものです。どこの家庭や会社で測っても、似たようなひずんだ波形になっていることでしょう。

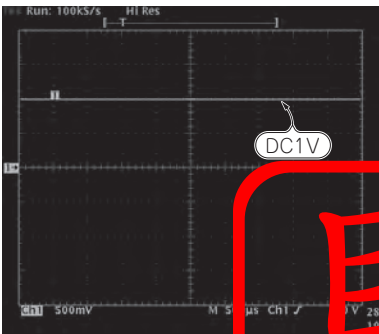
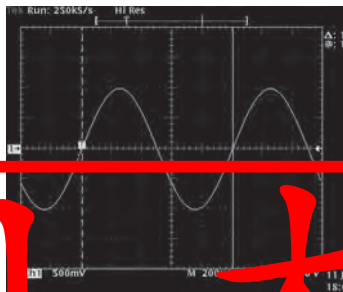


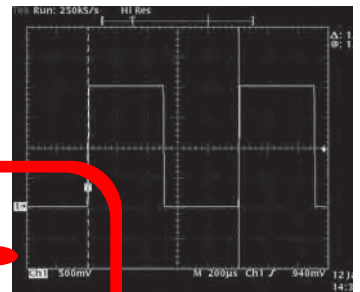
図1 DCの電圧波形の例



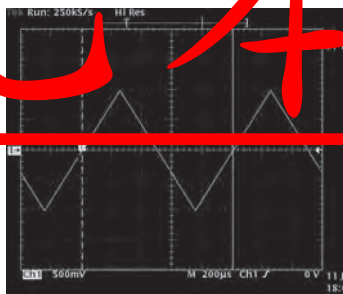
写真1 DCの代表例…懐中電灯などに使われている電池



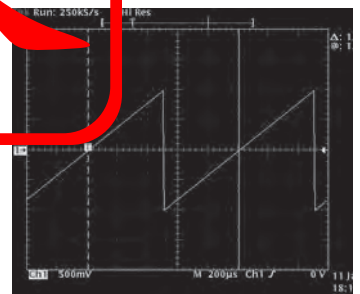
(a) サイン波



(b) パルス波(矩形波)



(c) 三角波



(d) 鋸歯状波(のこぎり波)

図2 ACの電圧波形の例
いずれも周波数1kHz, 2V_{p-p}だが波形は異なる

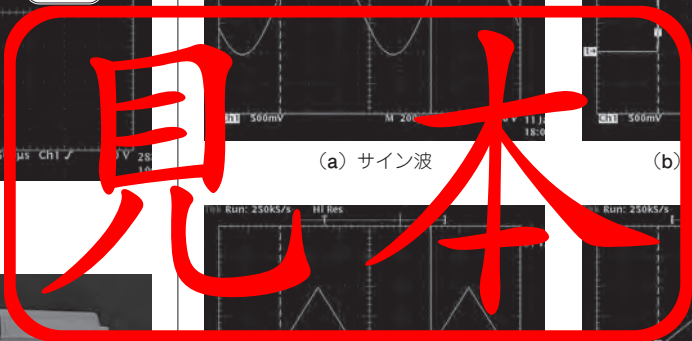




写真2 ACの代表例... ACコンセントを通じて供給されている商用電源

- 一般的なサイン波電圧, サイン波電流の表記
一般的にサイン波の電圧 $v(t)$ は以下の式で表します。

$$v(t) = V_M \sin(\omega t) \dots\dots\dots (2)$$

ただし, V_M : サイン波のピーク電圧

ω (角速度)については後で詳しく説明します。

図4の回路でサイン波の電圧波形を測定してみます。周波数1 kHz($\omega = 2\pi$ [rad]/1 [ms] = 2000π [rad/s]), $V_M = \sqrt{2}V$ の条件で実験したサイン波の測定結果を図5に示します。この波形を数式で書くと以下になります。

$$v(t) = \sqrt{2} \sin(2000\pi t) \dots\dots\dots (3)$$

サイン波の電流 $i(t)$ は式(4)になります。

$$i(t) = I_M \sin(\omega t) \dots\dots\dots (4)$$

ただし, I_M : サイン波のピーク電流

周波数1 kHz(すなわち $\omega = 2000\pi$ [rad/s]), $I_M = \sqrt{2}A$ の条件で実験したサイン波の電流波形を図6に示します。この波形を数式で書くと以下になります。

$$i(t) = \sqrt{2} \sin(2000\pi t) \dots\dots\dots (5)$$

式(3)と式(5)において, ピーク電圧 V_M , ピーク電流 I_M の値を $\sqrt{2}$ としています。この理由は, 電圧と電流の実効値をそれぞれ $1V_{RMS}$, $1A_{RMS}$ として設定しているからです(実効値については第1章を参照)。

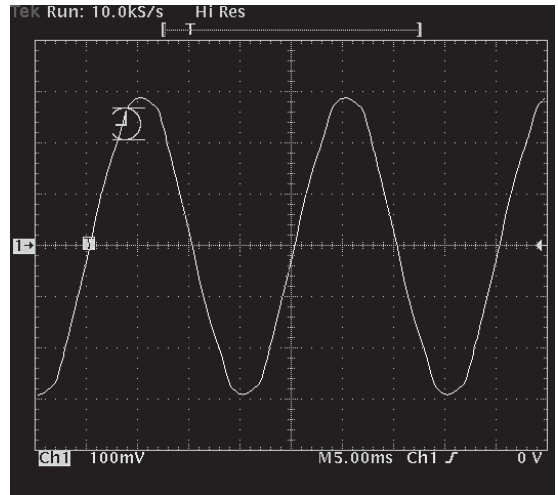


図3 AC100Vコンセントの電圧の例
実際に家庭/会社へ届く信号は, サイン波にしては少しひずんでいる

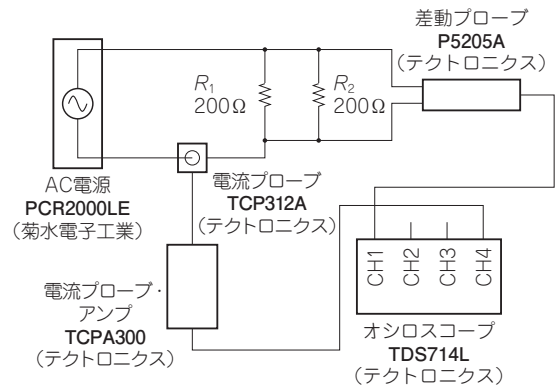


図4 サイン波の電圧電流を測定する実験回路

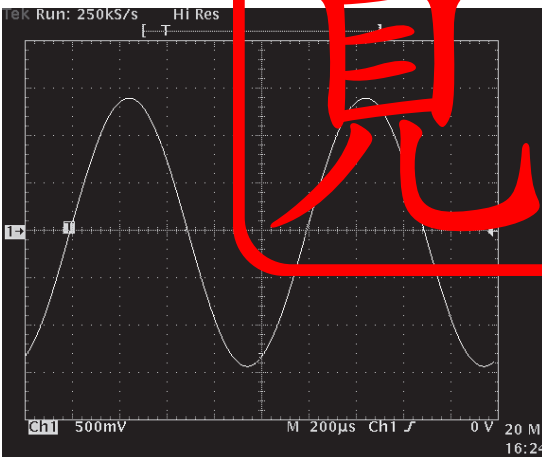


図5 図4の回路で測定したサイン波の電圧波形
周波数1 kHz, $V_M = \sqrt{2}V$ の条件で実験した

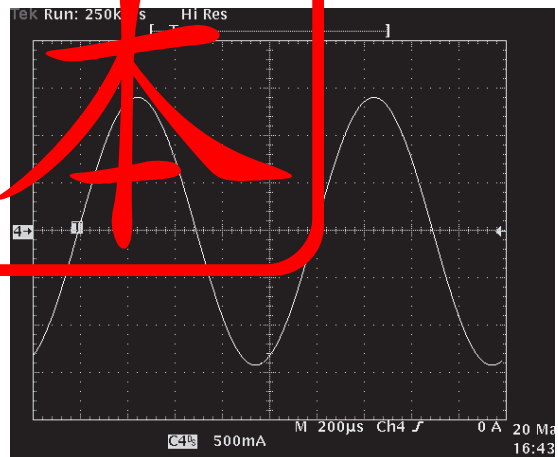


図6 図4の回路で測定したサイン波の電流波形
周波数1 kHz, $I_M = \sqrt{2}A$ の条件で実験した

見本

実際の信号の「周波数成分」の分析

瀬川 毅 Takeshi Segawa

一口に信号といっても、その波形によって周波数成分が異なります。サイン波は1つの周波数成分しかありませんが、パルス波になると多くの周波数成分を含みます。本章では、波形の時間関数から手計算で周波数成分を求める方法、つまりフーリエ級数を紹介します。

信号のもう1つの視点…「周波数」による表現

● サイン波の数式表現

信号として図1(a)の波形のようなサイン波の電圧 $v(t)$ を考えます。理想的なサイン波を示す式は、一般的には式(1)として知られています。

$$v(t) = V_M \sin(\omega t) \dots\dots\dots (1)$$

V_M は、サイン波のピーク電圧を表しています。

ここで、角速度 ω ではなく周波数 f で式(1)を表します。角速度 ω は、

$$\omega = 2\pi f \dots\dots\dots (2)$$

ですから、式(2)を式(1)に代入すると、

$$v(t) = V_M \sin(2\pi ft) \dots\dots\dots (3)$$

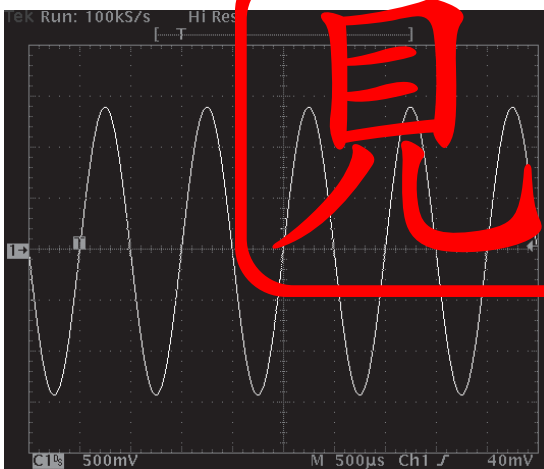
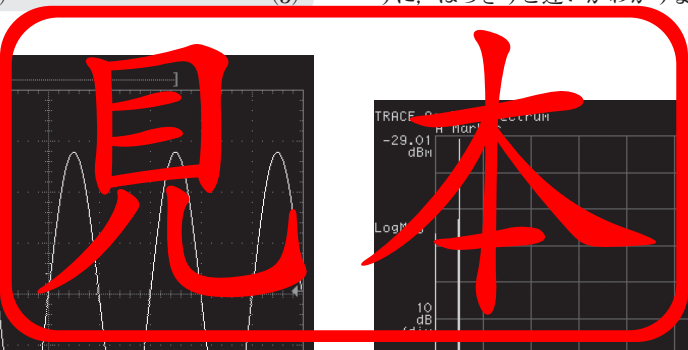
となります。式(3)では、サイン波の電圧 $v(t)$ は1つの周波数成分しかもたない信号を示しています。

● まずは単一周波数「サイン波」の信号表現を考える

本当にサイン波の電圧 $v(t)$ は1つの周波数成分しかもたないのでしょうか。周波数分析器を使って実験してみたのが図1(b)です。確かに図1(b)では1 kHz以外の信号は見当たりません。つまり、サイン波は式(1)または式(3)で表すことができることが確認できました。

実は、図1(a)はとても良くできたサイン波です。多くのサイン波の場合 [図2(a)], 残念ながら図2(b)のように、設計時に意図しない多くの周波数成分をもってしまいます。この設計時に意図しない基本波以外の周波数成分をスプリアス(spurious)と呼びます。スプリアスが少ないとは、そのサイン波信号がより理想に近いことを示しています。

ここで注意すべきは、オシロスコープで測定しても、図1(a)と図2(a)のサイン波は見分けがつかないことです。でも周波数分析をすれば、図1(b)と図2(b)のように、はっきりと違いがわかります。



(a) 波形



(b) 周波数成分(ストップ周波数: 20 kHz)

図1 時間波形を見ただけじゃ周波数成分のちがいはわからない…オーディオ・アナライザによる1 kHz, 1 V_{RMS}のサイン波

数式×実験でつかむ トランジスタ回路

瀬川 毅 Takeshi Segawa

かけ足「トランジスタ」入門

トランジスタ(transistor)は、エレクトロニクスの中のとても基本的な部品です。そしていかなるICも、その中には数多くのトランジスタで構成されています。本章ではトランジスタをスイッチングさせる事例とリニア動作させる事例を紹介します。それらを発展させるとデジタルIC、OPアンプなどになるのです。

● トランジスタは電子回路の基本中の基本

トランジスタを使った回路について説明します。いろいろなトランジスタの外形を写真1に示します。写真1のように外形だけでも多くの種類があります。現在は、トランジスタだけで構成された機器は少なくなりましたが、単体としては、インターフェース回路やパワー回路などに今も使われています。要はICだけでは実現が難しい分野、具体的には高い電圧や大きな電流を扱う用途では、やはりトランジスタが主役です。本章では、抵抗、キャパシタとトランジスタを組み合わせた回路について解説します。

● 実験に使う2SA1015と2SC1815

ここで本章の実験に使うトランジスタは2SC1815と

2SA1015(いずれも旧東芝)(写真2)です。残念ながらこのトランジスタは、現在製造中止となっています。しかし、長年非常に多くのエンジニアに愛されて多くの電子機器、電気製品に使われてきたので、とても多く生産されました。そのため現在も、電子部品を売っているお店や通信販売で購入できます。また写真2のようにリード線が出ているので製作や実験がしやすいことも好都合です。以上を踏まえて本章で取り上げることに適当と判断しました。

● トランジスタの回路記号

図1にトランジスタの回路図上の表記、つまり回路記号を示します。まず、同じトランジスタでも丸い囲み線がある描き方[図1(a)、図1(c)]と丸い囲み線がない描き方[図1(b)、図1(d)]の2種類がある点に注目してください。丸い囲み線は、トランジスタ自身の外装を示しています。したがって、個別素子のトランジスタは丸い囲み線がある描き方をし、IC内のトランジスタなど複数のトランジスタが1つのパッケージの中にある場合は、丸い囲み線がない描き方をします。

とはいえ本章では簡潔に図解するため、丸いサークルがない描き方の図1(b)、図1(d)で示しています。

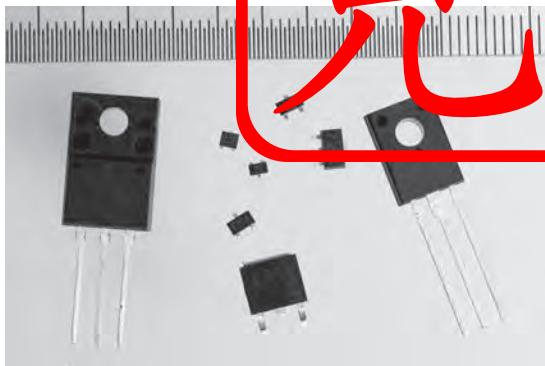


写真1 いろいろなトランジスタ(バイポーラ)

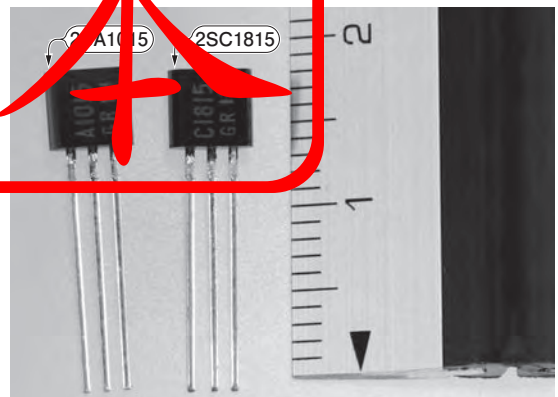


写真2 典型的なトランジスタ2SA1015と2SC1815

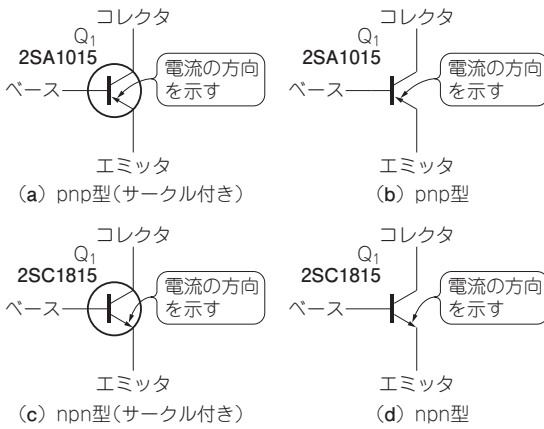


図1 トランジスタの回路記号

● トランジスタはpnp型とnpn型の2種類

写真2のトランジスタ2SA1015と2SC1815は、厳密にはバイポーラ・トランジスタ(bipolar transistor)と呼びます。バイポーラ・トランジスタがあるなら、他の名前もトランジスタもあるなと思われたなら、その予想は大当たりです。ほかにFET(field effect transistor)、IGBT(insulated gate bipolar transistor)などが製品化されています。本章は、バイポーラ・トランジスタの2SA1015と2SC1815を使った回路に限定して、バイポーラ・トランジスタではなく単にトランジスタと書くことにします。

トランジスタは、n型半導体 [n-type (negative) semiconductor] と p 型半導体 [p-type (positive) semiconductor] という後述する2種類の半導体で作られています。pnp型は、p型半導体+n型半導体+p型半導体、npn型は、n型半導体+p型半導体+n型半導体の組み合わせです。回路記号もpnp型 [図1(a)、図1(b)] と npn型 [図1(c)、図1(d)] と明確に区別されています。

● トランジスタは3端子

トランジスタの外形は、写真2のように種類もありますが基本は1つ、それはトランジスタに接続する端子が3つあることです。端子にはそれぞれ名前がついていて、それぞれ図2のようにコレクタ(collector)、ベース(base)、エミッタ(emitter)と呼びます。2SA1015と2SC1815では図2の順でエミッタ、コレクタ、ベースの端子があります。

図1の回路記号でベース端子とエミッタ端子の間に矢印(→)があるのは、トランジスタが動作したときに電流が流れる方向を示しています。pnp型は図1(a)、図1(b)のようにトランジスタ動作時にエミッタからベース方向に電流が流れます。また、npn型は図1(c)、図1(d)のようにトランジスタ動作時にベースからエ

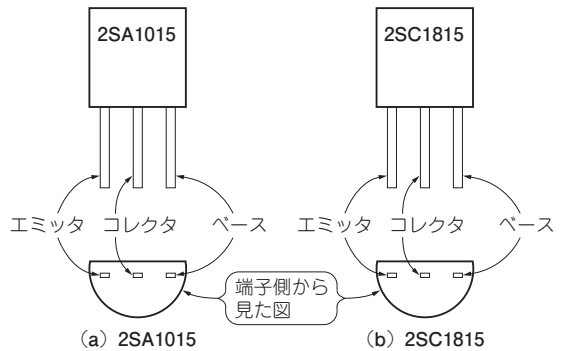


図2 トランジスタ2SA1015、2SC1815のベース、エミッタ、コレクタ

表1 トランジスタの型名の見方
国産の古いもの限定。海外では異なる

型名	分類
2SA**	pnp型 高周波向け
2SB**	pnp型 低周波向け
2SC**	npn型 高周波向け
2SD**	npn型 低周波向け
2SK**	nチャネル型FET
2SJ**	pチャネル型FET

ミッタ方向に電流が流れます。

● トランジスタの型名の基本

2SA1015や2SC1815と、トランジスタの具体的な型番を挙げたので、ここで一般的な型名の見方について表1に示します。2SA1015や2SC1815はそうした約束に従って型名が決められています。

ただし、表1にあるように決められたのは、少なくとも筆者がトランジスタを知った40年以上昔のことです。低周波用、高周波用といっても周波数が何MHzと決められているわけではなく、おおよそです。現在ではそうした約束によらない型番、半導体メーカー独自で決めた型番のバイポーラ・トランジスタ、FETが生まれています。

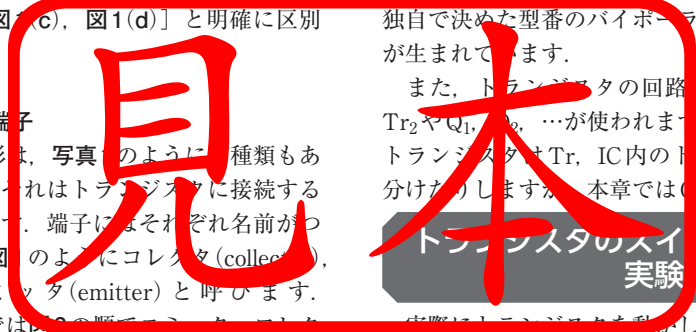
また、トランジスタの回路図上の部品記号はTr₁、Tr₂やQ₁、Q₂、…が使われます。こちらも個別素子のトランジスタはTr、IC内のトランジスタはQと使い分けられます。本章ではQ₁、Q₂を使います。

トランジスタのスイッチング動作の実験

実際にトランジスタを動かしてみます。

● トランジスタをバチバチON/OFFさせる「スイッチング」

最初はトランジスタをスイッチング(switching)させてみます。スイッチングの動作イメージは、図3(a)のようにスイッチを人間の手で入り切り、つまりON/OFFを繰り返します。スイッチが入ると電流が流れ、



数式×実験でつかむ OPアンプ回路

瀬川 毅 Takeshi Segawa

俗にいう^{オペ}OPアンプは、正式にはオペレーショナル・アンプリファイア (operational amplifier; 演算増幅器) といいます。本書では「OPアンプ」と記述します。OPアンプは、現代エレクトロニクスのアナログ回路では必須の部品です。入門者は、初めにOPアンプから勉強することをお勧めします。

かけ足「OPアンプ」入門

● OPアンプのはじまり

1920年代の米国で電話が実用化したころ、4000 km以上の距離で回線をつなげようとする、信号の減衰が大きな問題となっていました。そのため高性能のアンプが必要になってきました。1927年、当時RCAに勤務していたブラック (Harold Black) によるネガティブ・フィードバック (負帰還) の発明の後、その考え方や技術をナイキスト (Harry Nyquist) やボード (Hendrik Bode) が発展させました。ネガティブ・フィードバックがOPアンプの技術の根底にあるのですね。

その後、その技術をもとに外部の2本の抵抗でゲイン (gain; 増幅度) が決まる画期的な真空管の回路が発明されました。1947年、ラガツィーニ (John Ragazzini) によってOPアンプと命名されました。その後、OPアンプは半導体化されてさらに発展・高性能化して今日に至っています。

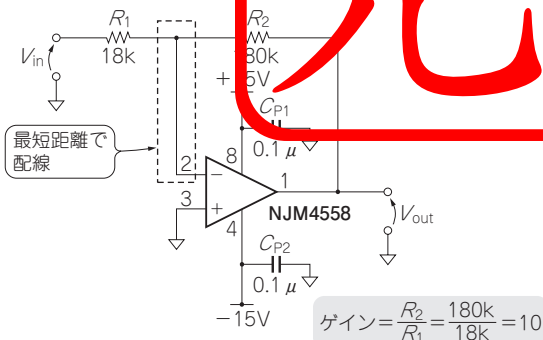


図1 NJM4558によるゲイン10倍の反転アンプ

● 2本の抵抗でゲインが決まる反転アンプ

図1は、反転アンプ (inverting amplifier) と呼ばれている回路です。反転アンプでは、ゲイン G は2本の抵抗 R_1 、 R_2 で決まり、

$$G = -\frac{R_2}{R_1} \dots\dots\dots (1)$$

となります。図1の回路では $R_1 = 18 \text{ k}\Omega$ 、 $R_2 = 180 \text{ k}\Omega$ なので、ゲインは、

$$G = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{180 \text{ k}}{18 \text{ k}} = -10 \text{ 倍}$$

です。式(1)のマイナス符号は、入力電圧 V_{in} に対して出力電圧 V_{out} の極性が反転するという意味です。出力電圧 V_{out} の極性が反転するので反転アンプです。

基本動作を実験で確かめる… 反転アンプ

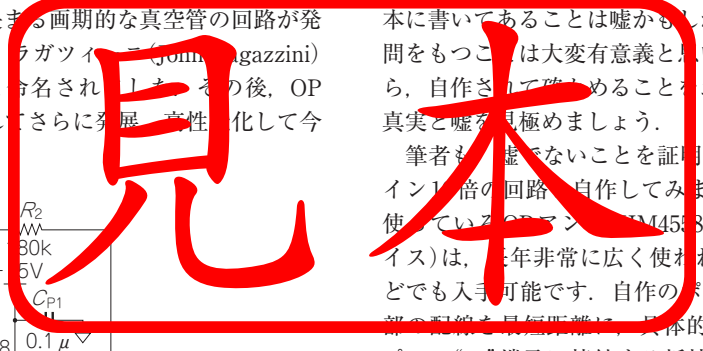
● OPアンプ回路自作のポイント…“-”端子の配線は最短距離で

2本の抵抗でゲインが決まるなんて、本当にそんなに面白い話があるのかと疑った方、素晴らしいです。本に書いてあることは嘘かもしれません。そうした疑問をもつことは大変有意義だと思います。疑いをもったら、自作されて確かめることをお勧めします。そして真実と嘘を見極めましょう。

筆者も嘘でないことを証明するために、図1のゲイン10倍の回路を自作してみました (写真1)。図1で使っているOPアンプはNJM4558 (日清紡マイクロデバイス) は、毎年非常に広く使われていて、通信販売などでも入手可能です。自作のポイントは、図1の破線部の配線を最短距離で、具体的にはOPアンプの2番ピン“ $-$ ”端子に接続する抵抗 R_1 、 R_2 のリード線ができる限り短く配線することです。このようすは筆者が自作して実験した写真1を参考にしてください。

● 実験…2本の抵抗でピッタリ10倍

実験結果が図2です。入力電圧 V_{in} は 0.1 V_{P-P} のサイン波です。ゲインがわかるようにオシロスコープの



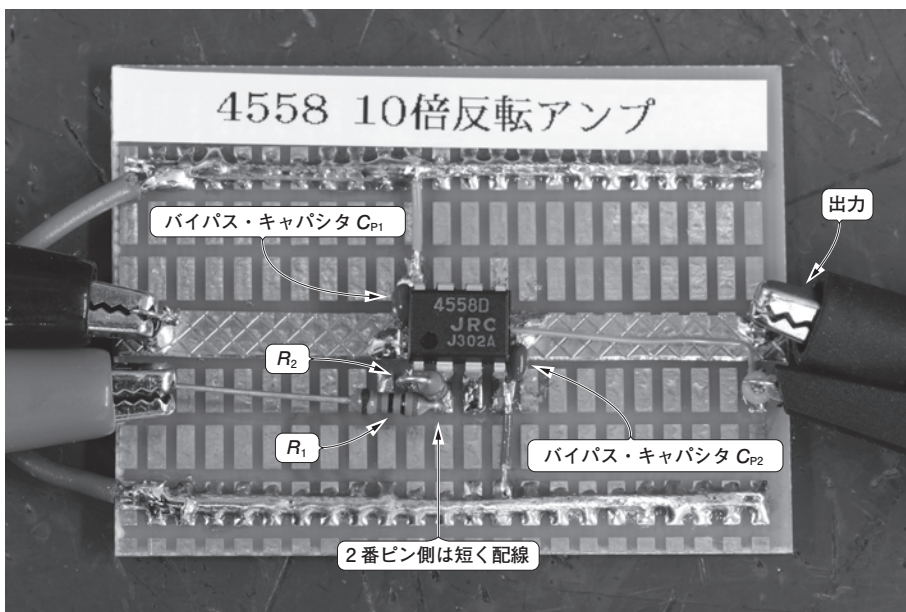


写真1 NJM4558を使った10倍の反転アンプの実験の様子

縦軸のスケールを意図的に入力電圧 V_{in} と出力電圧 V_{out} で10倍にしています。入力電圧 V_{in} が100 mV_{P-P} であるのに対して、出力電圧 V_{out} はピッタリ1 V_{P-P} で、10倍になっています。

図2で、入力電圧 V_{in} と出力電圧 V_{out} の極性が逆になっていることにも注目してください。式(1)のマイナス符号のとおり、極性が逆になるので反転アンプと呼ばれるのです。

このように、式(1)は正しいのです。OPアンプは、2本の抵抗でゲインが決まるようにできているのです。だから、OPアンプを信じて2本の抵抗でゲインを決めましょう。

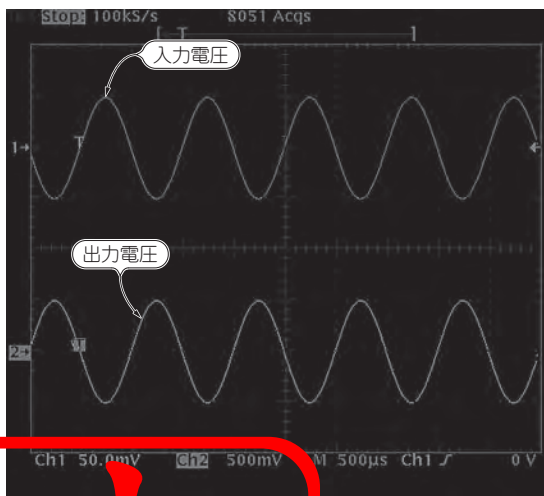
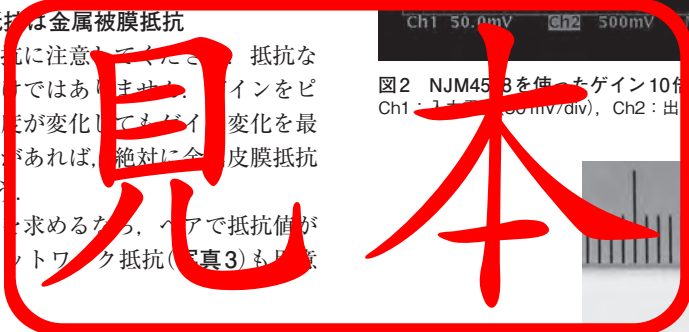


図2 NJM4558を使ったゲイン10倍の反転アンプの動作
Ch1: 入力電圧(500 mV/div), Ch2: 出力電圧(500 mV/div)

● OPアンプで使う抵抗は金属被膜抵抗

ここで、使用する抵抗に注意してください。抵抗なら何でもよいというわけではありません。ゲインをピッタリと合わせる、温度が変化してもゲイン変化を最小にする…などの目的があれば、絶対に金属被膜抵抗(写真2)を使いましょう。

さらにゲインの精度を求めるなら、ペアで抵抗値がそろった素晴らしいネットワーク抵抗(写真3)も用意されています。



● OPアンプの反転入力端子の電圧は0V…「バーチャル・ショート」のイメージ

反転アンプでは、OPアンプの反転端子(図1の回路では2番端子)の電圧に注目してください。図2とまったく同じ条件で、反転入力端子の電圧をオシロスコープの電圧レンジを最小(10 mV)に拡大して付け加えて実験したのが図3です。

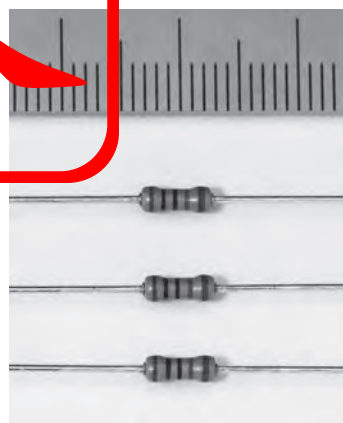


写真2 高精度リード線型金属被膜抵抗の例(MFシリーズ, KOA)

OP アンプの伝達関数 理想と現実

瀬川 毅 Takeshi Segawa

周波数特性を持つOPアンプの ゲインを表してみる

● 現実的な特性にするためには周波数特性を考慮してゲインを表現するべき

第11章では、OPアンプ自身のゲイン A を理解しやすいように実数として扱いました。ところが、実数には周波数を示す角速度 ω がありません。つまり、実数でOPアンプ自身のゲイン A を表現すると、周波数特性をもたない非現実的な特性になってしまいます。ですから、OPアンプ自身のゲイン A は、周波数特性をもつ表現の複素数で表す必要があります。

さらに踏み込むと、OPアンプ自身のゲイン A は、複素数 $j\omega$ あるいはラプラス演算子 s を使った伝達関数で表現しなくてはなりません。ここではラプラス演算子 s を使ったOPアンプの伝達関数を求めてみます。

● OPアンプのオープン・ループ・ゲインをCRローパス・フィルタと理想アンプで近似して求める

OPアンプ NJM4558(日清紡マイクロデバイス)を例に、OPアンプ自身のゲイン A (以降オープン・ループ・ゲイン^{注1})の特性を伝達関数として扱います。こうした特性を伝達関数や状態方程式(state equation)などの数式で表すことを、システム同定(system identification)とかモデリング(modeling)と呼びます。特性の表し方には、時間で変化する量に注目して、時間 t の1次微分の式で表した状態方程式を使うものもあります。

▶ OPアンプの周波数特性の例

OPアンプのデータシートで電圧ゲイン-周波数特性例(図1)を見ると、DC付近から10 Hzまで105 dBのゲインがあります。ゲインは10 Hzより高い周波数

では周波数が10倍になると1/10になっています。つまり、 -20 dB/dec で周波数の上昇に伴い単調に減少しています。

▶ カットオフ周波数10 Hzのローパス・フィルタで考える

これに対して用意したのが、図2に示す、抵抗 R とキャパシタ C による1次のローパス・フィルタ回路(カットオフ周波数10 Hz)です。この回路の周波数特性を図3に示します。DC付近から10 Hzまでゲイン0 dBのゲインで、10 Hzより高い周波数では周波数が10倍になると1/10になっています。つまり -20 dB/dec で単調に減少しています。

念のため確かめてみます。図2の回路の伝達関数は第7章の式(7)より、

$$H(s) = \frac{1}{1+sCR} \dots\dots\dots (1)$$

です。カットオフ周波数 f_c は第7章の式(9)より、

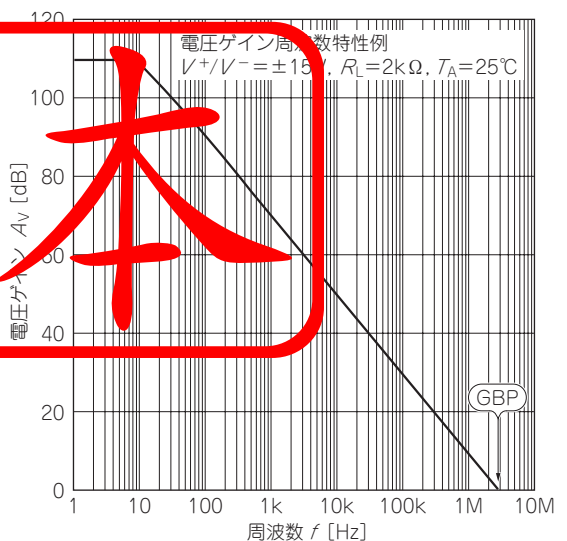


図1⁽¹⁾ 一般的なOPアンプNJM4558の電圧ゲイン-周波数特性例

注1：筆者は、オープン・ループ・ゲインを「ネガティブ・フィードバックをかけた回路において、ネガティブ・フィードバックを概念的に外した状態のゲイン $A\beta$ 」を指す用語として使っています(ここで、 A ：OPアンプ自身のゲイン、 β ：フィードバック回路部分のゲイン)。

OP アンプのスルー・レート 理想と現実

瀬川 毅 Takeshi Segawa

OPアンプの重要特性 「スルー・レート」

● スルー・レートはOPアンプの立ち上がり

OPアンプの基本的で重要な特性にスルー・レートがあります。これは何なのか、見てみます。

図1の実験回路に $0.5\text{ V}_{\text{p-p}}$ のパルス波を入力して出力電圧を測定しました(図2)。出力電圧 V_{out} はパルス波にならずに、三角波のような波形になっています。

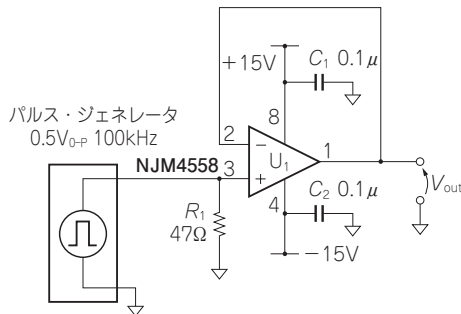


図1 OPアンプのスルー・レートを測定する実験回路

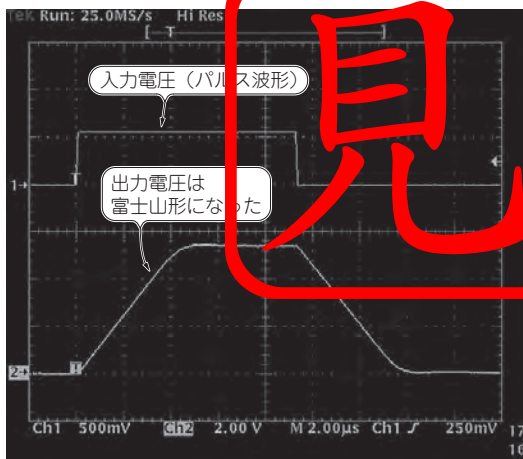


図2 OPアンプにパルス入力をつらいパルス波を入力しても、出力電圧は急峻には立ち上がらない。この立ち上がりの傾きが、すなわちスルー・レートである

つまり、パルス波のような急峻な立ち上がりや立ち下りの波形に対して、OPアンプの出力電圧が追従できないことを示しています。追従できない(できる)程度はOPアンプによって異なります。

ここで、「OPアンプの出力がどの程度まで追従できるのか」を示す値がスルー・レートです。スルー・レートの単位は $\text{V}/\mu\text{s}$ で、OPアンプの出力電圧が $1\mu\text{s}$ に何 V 追従できるのかを表しています。例として図2を拡大した図3を見ると、スルー・レートは $1.2\text{ V}/\mu\text{s}$ です。

● サイン波動作でもスルー・レートは大切

スルー・レートが重要なのは、OPアンプにパルス波が入力されたときだけではなく、スルー・レートはサイン波が入力されたときも重要なファクタです。これも実験してみます。

図1の実験回路に、 $1.0\text{ V}_{\text{p-p}}$ のサイン波を入力して出力電圧を測定しました。周波数はいくつか変えて実験します。波形を図4に示します。OPアンプの出力電圧 V_{out} に時間遅れが見えますが、ほぼ正常な動作です。

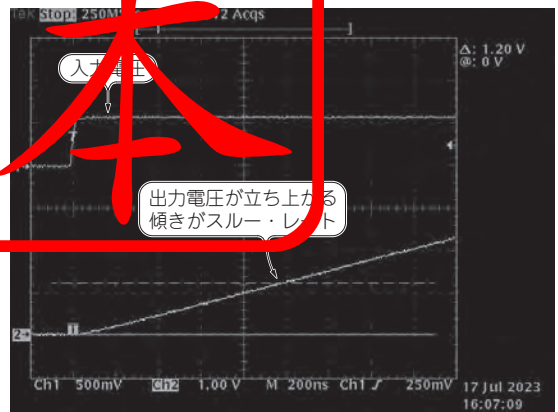


図3 OPアンプのスルー・レートを測る図2の出力電圧の立ち上がりを拡大して、傾きを確認した。 $1\mu\text{s}$ あたり 1.2 V 追従しているので、スルー・レートは $1.2\text{ V}/\mu\text{s}$

このPDFは、CQ出版社発売の「トランジスタ技術SPECIAL No.166」の一部見本です。
内容・購入方法などにつきましては以下のホームページをご覧ください。

内容 <https://shop.cqpub.co.jp/hanbai/books/MSP/MSP202404.html>

購入方法 <https://www.cqpub.co.jp/order.htm>