

E

復刻版

エレクトロニクス
実務シリーズ

E l e c t r o n i c s

信号処理を正しく実現するために

実用アナログ・フィルタ設計法

今田悟/深谷武彦 [共著]

見本

CQ出版社

第 1 部

第 1 章 アクティブ・フィルタの基礎

ここでは、実際にフィルタを設計する方法ならびに設計例について述べていきます。まず、フィルタにとって重要な用語、考え方を説明します。若干の数式が出てきますが、簡単な式ですので、じっくりと考えることにより、十分理解できると思います。

実際の設計手順は第 3 章に説明してあります。なお用語の説明を p.142 にしてあります。

◆ 1 次ローパス・フィルタの伝達関数

図 1.1 に示す回路について考えてみましょう。

これは、最も簡単な CR による 1 次ローパス・フィルタです。この回路を解くには、電圧方程式をたてる必要があります。

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{V_2}{\frac{1}{j\omega C}} \dots\dots\dots (1.1)$$

この (1.1) 式から、入出力の電圧の比を求めるように変形させると、

図 1.1 1 次ローパス・フィルタ

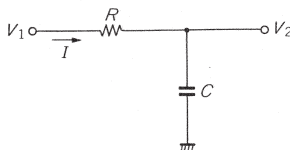
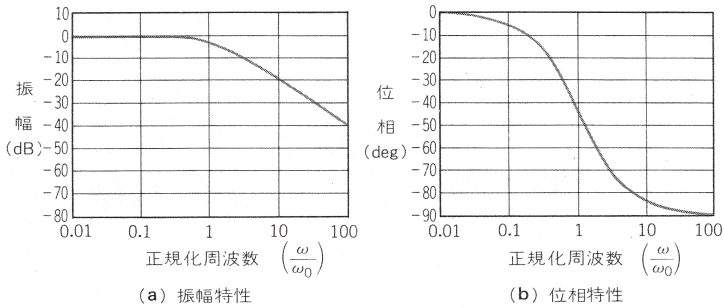


図 1.2 振幅と位相の関係



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1+j\omega CR} = T(j\omega) \dots\dots\dots (1.2)$$

(1.2)式を一般に伝達関数とよびます。

この(1.2)式の伝達関数を一般化するために分母と分子を CR で割り、次のように変形します。

$$T(j\omega) = \frac{\frac{1}{CR}}{\frac{1}{CR} + j\omega} \dots\dots\dots (1.3)$$

$\frac{1}{CR} = \omega_0$ とすると、次のようになります。

$$T(j\omega) = \frac{\omega_0}{\omega_0 + j\omega} \dots\dots\dots (1.4)$$

ここで、 $\omega_0 = (\frac{1}{CR})$ はよく知られているようにシャ断周波数です。

また、(1.4)式は正規化するために ω_0 で分母と分子を割ると、

$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \dots\dots\dots (1.5)$$

ここで、 $\frac{\omega}{\omega_0}$ を正規化周波数といいます。(1.5)式より、この伝達関数の振幅($|T|$)および位相(θ)特性は、交流理論より次のように求まります。

$$|T| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \dots\dots\dots (1.6)$$

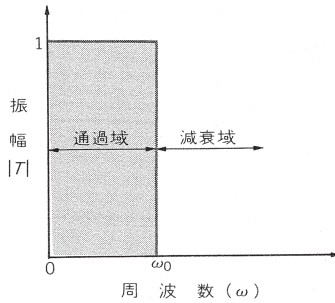
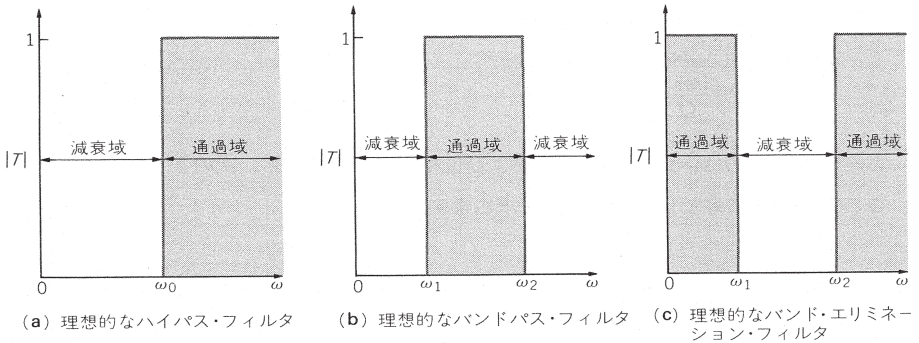


図 1.3
理想的なローパス・フィルタ

図 1.4 各種フィルタの特性



$$\theta = -\tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_0} \dots\dots\dots (1.7)$$

$\frac{\omega}{\omega_0}$ を $0 \rightarrow \infty$ まで変化させたとき、 $|T|$ と θ は図 1.2 に示すようになります。

このとき振幅特性に着目し、フィルタの種類を知るために、図 1.3 に示す理想化特性を考えると、次のようになります。

$0 \leq \frac{\omega}{\omega_0} \leq 1$ を通過域
 $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ をしきり周波数(カットオフ周波数)
 $1 \leq \frac{\omega}{\omega_0} < \infty$ を減衰域

これより、この回路がローパス・フィルタであることが明らかです。

通過域と減衰域の場所により、図 1.4 のようなフィルタに分けられます。

◆ 2次ローパス・フィルタの伝達関数

さて、(1.3)式において $j\omega = s$ とおきます。

$$T(s) = \frac{1}{CR} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{CR}} \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

これが、教科書などによく載っている伝達関数の式です。

次に2次形の式を考えてみましょう。2次ローパス・フィルタは、次のように示されます。

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

この(1.9)式より $s = j\omega$ として振幅および位相特性を求めると、次のようになります。

ここで $s = j\omega$ にもどし、 $|T|$ と θ を求めます。

$$|T(\omega)| = \frac{\omega_0^2}{-\omega^2 + j\frac{\omega_0\omega}{Q} + \omega_0^2}$$

分母に複素数が含まれているので、振幅の絶対値は次のようになります。

$$|T| = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_0^2\omega^2}{Q^2}}}$$

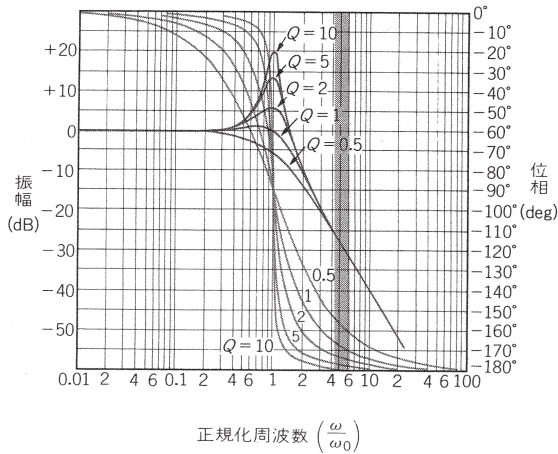
分母と分子を $\left(\frac{1}{\omega_0}\right)^2$ で割ると、

$$|T| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad \dots\dots\dots (1.10)$$

$$\theta = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) = -\tan^{-1}\frac{1}{Q} \left[\frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

今度の変数として Q が増えました。先程と同様に、横軸を $\frac{\omega}{\omega_0}$ とし、 Q を変化させたときの振幅および位相特性を図 1.5 に示します(Q についてはコラム p.32 参照)。

図 1.5 2次ローパス・フィルタの振幅，位相特性



これにより、2次形は1次形に比べて減衰特性が急峻になっていることがわかります。高次のフィルタは、一般に1次形と2次形のフィルタをカスケード接続することにより得られます。この1次形とか2次形のことをステージ(段)と呼びます。

◆ 各種フィルタ特性の特徴

先程、通過域と減衰域によりフィルタを分類しましたが、すべての基本はローパス・フィルタになります。そこで、ローパス・フィルタを例にとりて説明していきます。

バタワース特性

— 特徴 —

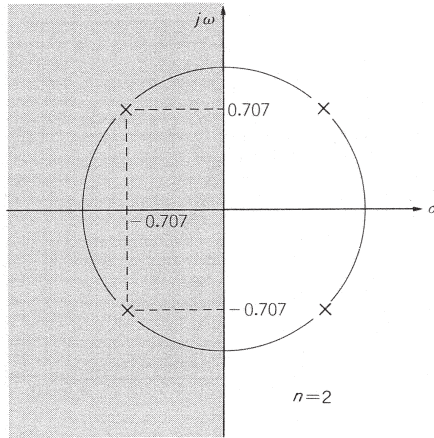
振幅特性が、

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}} \quad (n: \text{段数}) \dots\dots\dots (1.12)$$

となるようなものをバタワース特性と呼びます。

この式から、次のことがわかります。

- (1) $\omega = 0$ のとき振幅は1となる。

図 1.6 s 平面(極の配置図)

- (2) n の値にかかわらず $\omega = \omega_c$ のとき振幅は $1/\sqrt{2} \approx -3\text{dB}$ となる。
 (3) $\omega \gg \omega_c$ のとき $|T(j\omega)| \approx 1/(\omega/\omega_c)^2$ となるので減衰傾度は $6 \times n$ dB/oct となる。
 (4) 通過域は平坦。

— 極の配置 —

バタワース・フィルタの伝達関数を $A(s)$ とすると、

$$A(s) = 1/P(s) \quad \text{ただし、} j\omega = s$$

と表せます。

(1.12) 式の $(\omega/\omega_0) = x$ とおくと、 $x^{2n} + 1 = 0$ を満足する x の値に j を乗じたものが $P(s)$ の根となります。この $A(s)$ の s を極点といいます。

この極点は、 s 平面では単位円周上にあります。また、 s 平面の左半平面の極を選びます。それは右半平面では安定な回路にならないためです(図 1.6)。

このようなことから、以下の規則があります。

- (1) n が奇数なら 1 個の極は実軸上に存在する。
 n が偶数なら $\theta = \pm 90^\circ/n$ のところに極が存在する。
 (2) おのおのの極は、 $\theta = 180^\circ/n$ だけ離れている。
 (3) 極の位置は次式により計算できる。

$$-\sin[(2k-1)/2n] \times 180^\circ + j\cos[(2k-1)/2n] \times 180^\circ \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

バタワース特性の極の位置を表 1.1 に示します。

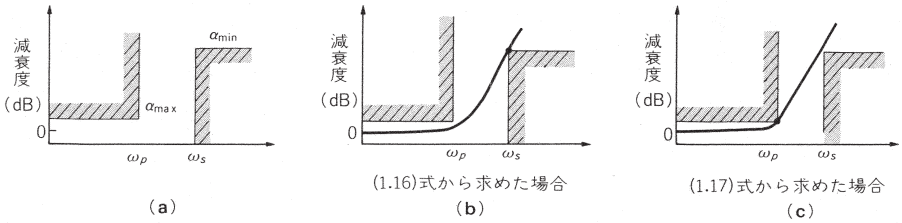
表 1.1 バタワース特性の極の位置

$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$
-0.7071068 $\pm j0.7071068$	-0.5000000 $\pm j0.8660254$	-0.3826834 $\pm j0.9238795$	-0.8090170 $\pm j0.5877852$	-0.2588190 $\pm j0.9659258$	-0.9009689 $\pm j0.4338837$	-0.1950903 $\pm j0.9807853$	-0.9396926 $\pm j0.3420201$	-0.1564345 $\pm j0.9876883$
	-1.0000000	-0.9238795 $\pm j0.3826834$	-0.3090170 $\pm j0.9510565$	-0.7071068 $\pm j0.7071068$	-0.2225209 $\pm j0.9749279$	-0.5555702 $\pm j0.8314696$	-0.1736482 $\pm j0.9848078$	-0.4539905 $\pm j0.8910065$
			-1.0000000	-0.9659258 $\pm j0.2588190$	-0.6234898 $\pm j0.7818315$	-0.8314696 $\pm j0.5555702$	-0.5000000 $\pm j0.8660254$	-0.7071068 $\pm j0.7071068$
					-1.0000000	-0.9807853 $\pm j0.1950903$	-0.7660444 $\pm j0.6427876$	-0.8910065 $\pm j0.4539905$
							-1.0000000	-0.9876883 $\pm j0.1564345$

表 1.2 チェビシェフ特性の極の位置

$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$
$-0.35355339 \times a$ $\pm j0.35355339 \times b$	$-0.250000 \times a$ $\pm j0.4330127 \times b$	$-0.1913417 \times a$ $\pm j0.46193975 \times b$	$-0.4045085 \times a$ $\pm j0.2938926 \times b$	$-0.1294095 \times a$ $\pm j0.4829629 \times b$	$-0.45048445 \times a$ $\pm j0.21694185 \times b$	$-0.09754515 \times a$ $\pm j0.49039265 \times b$
	$-0.500000 \times a$	$-0.46193975 \times a$ $\pm j0.1913417 \times b$	$0.1545085 \times a$ $\pm j0.47552825 \times b$	$-0.35355339 \times a$ $\pm j0.35355339 \times b$	$-0.11126045 \times a$ $\pm j0.48746395 \times b$	$-0.2777851 \times a$ $\pm j0.4157348 \times b$
			$-0.500000 \times a$	$-0.4829629 \times a$ $\pm j0.1294095 \times b$	$-0.3117449 \times a$ $\pm j0.39091575 \times b$	$-0.4157348 \times a$ $\pm j0.4157348 \times b$
					$-0.500000 \times a$	$-0.49039265 \times a$ $\pm j0.09754515 \times b$

図1.7 ローパス・フィルタの特性の決め方



また、各 ω_0, Q は極の虚数部を μ 、実数部を ν とすると、次のように表せます。

$$\omega_0 = \sqrt{\nu^2 + \mu^2}, \quad Q = \frac{\omega_0}{-2\nu}$$

— バタワース・ローパス・フィルタの仕様 —

減衰度を α とすると、バタワース特性の減衰度は、

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

となり、デシベルで表すと、

$$\alpha = -20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}} = -10 \log \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} = 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n} \right] \quad (\text{dB})$$

これを10で割り逆対数をとると、

$$10^{\alpha/10} = 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}, \quad 10^{\alpha/10} - 1 = \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n} \dots\dots\dots (1.13)$$

この(1.13)式を変形すると、

$$\omega_c = \frac{\omega}{(10^{\alpha/10} - 1)^{1/2n}} \dots\dots\dots (1.14)$$

となります。

図1.7に示すような仕様を(1.14)式に代入すると、

$$10^{\alpha_{\max}/10} - 1 = \left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n}, \quad 10^{\alpha_{\min}/10} - 1 = \left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)^{2n}$$

$$\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)^{2n} = \frac{10^{\alpha_{\min}/10} - 1}{10^{\alpha_{\max}/10} - 1}$$

となり、この式対数を取り、 n について解くと、

$$n = \frac{\log \frac{10^{\alpha_{\min}/10} - 1}{10^{\alpha_{\max}/10} - 1}}{2 \log \frac{\omega_s}{\omega_p}} \dots\dots\dots (1.15)$$

となります。

ω_c の求め方は2通りあります。

ω_s と α_{\min} からは次のようになります。

$$\omega_c = \frac{\omega_s}{(10^{\alpha_{\min}/10} - 1)^{1/2n}} \dots\dots\dots (1.16)$$

ω_p と α_{\max} からは次のようになります。

$$\omega_c = \frac{\omega_p}{(10^{\alpha_{\max}/10} - 1)^{1/2n}} \dots\dots\dots (1.17)$$

(1.16)式では ω_s で正確に α_{\min} 減衰し、(1.17)式では ω_p で正確に α_{\max} 分減衰します。

— 設計手順 —

- (1) (1.15)式を用いて n を求める。 n は整数にはならないので小数点以下を切り上げ、それを n とする。
- (2) この整数値 n を用いて、(1.16)式または(1.17)式に代入し、 ω_c を求める。

チェビシェフ特性

通過域でリップルをもたせることにより、減衰特性を急峻にすることができます。このリップルを等リップルにした特性を、チェビシェフ特性といいます。

— 特徴 —

振幅特性は、

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}} \dots\dots\dots (1.18)$$

ただし、 $\varepsilon^2 = 10^{\alpha_{\max}/10} - 1$ (リップル)

$$C_n(\omega) = \cos n \cos^{-1} \omega \quad \omega \leq 1$$

$$C_n(\omega) = \cosh n \cosh^{-1} \omega \quad \omega > 1$$

となります。この式から、次のことがわかります

- (1) $\omega = 0$ のとき振幅は n が奇数のとき1となり、 n が偶数のとき $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ となる。
- (2) $\omega = 1$ のときすべての n に対して $C_n(1) = 1$ となり、 $|T(j1)| = 1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ となる。

(3) $\omega \leq 1$ のときの減衰度は,

$$\alpha = 10 \log [1 + (10^{\alpha_{\max}/10} - 1) (\cos n \cos^{-1} \omega)^2] \quad (\text{dB})$$

— 極の配置 —

チェビシェフ特性の極の位置は楕円状に配置されます。パワース特性の極の位置 (ν , μ) に a_n, b_n を乗じたところに配置されます。

a_n, b_n は以下のようになります。

楕円の短径の長さ,

$$a_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\epsilon^2 + 2}{\epsilon^2} \right)^{\frac{1}{2n}} - \left(\frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 + 2} \right)^{\frac{1}{2n}} \right]$$

楕円の長径の長さ,

$$b_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\epsilon^2 + 2}{\epsilon^2} \right)^{\frac{1}{2n}} + \left(\frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 + 2} \right)^{\frac{1}{2n}} \right]$$

これらの結果を表 1.2 (p.15) に示します。

— チェビシェフ・ローパス・フィルタの仕様 —

通常チェビシェフ特性では、正規化して考えるほうが計算が楽になります。

α_{\min} は以下のようになります。

$$\alpha_{\min} = 10 \log [1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega_s)]$$

$$\alpha_{\min} = 10 \log [1 + \epsilon^2 (\cosh n \cosh^{-1} \omega_s)^2]$$

$$10^{\alpha_{\min}/10} - 1 = \epsilon^2 \cosh^2 (n \cosh^{-1} \omega_s)$$

また、 $\epsilon^2 = 10^{\alpha_{\max}/10} - 1$ なので、

$$\cosh^2 (n \cosh^{-1} \omega_s) = \frac{10^{\alpha_{\min}/10} - 1}{10^{\alpha_{\max}/10} - 1}$$

となります。これを n について解くと、

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left(\frac{10^{\alpha_{\min}/10} - 1}{10^{\alpha_{\max}/10} - 1} \right)^{\frac{1}{2}}}{\cosh^{-1} \omega_s / \omega_p}$$

となり、次数が求まります。この n もパワース特性と同じように整数にする必要があります。

ベッセル特性

これは位相特性に着目した特性で、通過域において周波数に対して位相が直線的に変化

ISBN978-4-7898-5220-3

C3055 ¥2600E

CQ出版社

定価：本体2,600円(税別)



9784789852203



1923055026001

読者のみなさまへ

復刻版「エレクトロニクス実務シリーズ」につきまして

●小社は1964年の雑誌「トランジスタ技術」創刊以来、半導体ならびにエレクトロニクスの応用技術に関する書籍を多く発行してまいりました。しかしながら過去においては、限られた印刷技術により、相応の部数を確保できないと見なした書籍につきまして、採算面の都合から重版を行わず、「重版未定」といたしました。

●近年になってデータのデジタル化および印刷技術の進歩により、少数数での印刷・製本がある程度可能となりました。オンデマンド印刷と呼ばれております。

●一方、ご存知のようにエレクトロニクス技術の進歩は著しく、「トランジスタ技術」創刊のころ主流であったトランジスタやICによるアナログ回路技術、デジタル回路技術は、マイコンの登場以来、ブラックボックス化したり、抽象化して扱う傾向が多くなりました。扱うシステム規模が大きくなってきた所以でもあります。結果、近年の読者の方には、エレクトロニクス創生の頃にあったアナログ回路やデジタル回路技術などの詳細を説明する書籍がたいへん少なくなり、説明不足のお叱りを受けるケースもございました。

●以上のことから、過去多くの好評をいただいた書籍の中から、現代においても十分有用と思われる記事を収納しました書籍に関してのみ、このたび原著作権者の許諾を得て、復刻版として発行することいたしました。みなさまにご活用いただけると幸いです。

このPDFは、CQ出版社発売の「実用アナログ・フィルタ設計法[オンデマンド版]」の一部見本です。

内容・購入方法などにつきましては以下のホームページをご覧ください。

内容 <http://shop.cqpub.co.jp/hanbai/books/52/52201.htm>

購入方法 <http://www.cqpub.co.jp/order.htm>

……………この本はオンデマンド印刷技術で復刻しました……………

本書は、過去に小社が発行・販売いたしました書籍を光学式スキャナで読み取り、デジタル化したのち、オンデマンド印刷技術によって復刻版として用意したものです。諸々の事情により、一般書籍としての刊行時とは装丁や価格が異なり、印刷が必ずしも明瞭でなかったり、左右頁にズレが生じていることがあります。また、一般書籍最終版を概ねそのまま再現していることから、記載事項や文章に現代とは異なる表現が含まれている場合があります。事情ご賢察のうえ、ご了承くださいませようお願い申し上げます。

見本